

Análisis de un láser de fibra óptica dopada con Erblio y modulación de bombeo por medio de grafos de visibilidad

Jorge Luis. García-Rito¹, Jesús R. Sevilla-Escoboza¹

¹ Centro Universitario de los Lagos, UDG. Jalisco, México

jorgeluis95033@gmail.com, jesus.sescoboza@academicos.udg.mx

Resumen. La caracterización de sistemas no lineales es un campo abierto, durante los últimos 30 años se han desarrollado herramientas formales cálculos y herramientas computacionales que permiten identificar diferentes tipos de comportamientos y avanzar en su aprovechamiento en diversas aplicaciones. Este trabajo se enfoca en la puesta a punto de un algoritmo que parta exclusivamente de series temporales, independientemente del modelo, como una primera aproximación se usa un láser de fibra dopada con Erblio con modulación de bombeo debido a su gran cantidad de estados dinámicos, pasando de estados cuasi-periódicos, caos y la presencia de multiestabilidad. Específicamente se parte del análisis tradicional por medio del diagrama de bifurcación y la frecuencia entre pulsos, para después implementar la técnica de grafo de visibilidad y la medida de agrupamiento en redes complejas para identificar los diferentes estados dinámicos.

Palabras clave: Laser, caos, grafos, redes complejas.

Analysis of an Erbium-Doped Optic Fiber Laser and Pump Modulation Using Visibility Graphs

Abstract. The characterization of non-linear systems is an open field, over the last 30 years formal calculation and computational tools that allow the identification of different types of behaviors have been developed in order to advance in their use in various applications. This work focuses on the fine-tuning of an algorithm that starts exclusively from time series, regardless of the model. As a first approximation an Erbium-doped fiber laser with pump modulation is used due to its large number of dynamic states, such as quasi-periodic states, chaos and the presence of multistability. Specifically, it begins with the traditional analysis by bifurcation diagrams and the frequency between pulses and later implements the visibility graph technique and clustering measure in complex networks to identify the different dynamic states.

Keywords: Laser, chaos, graphs, complex networks.

1. Introducción

Desde su invención, se han desarrollado diversas aplicaciones para los sistemas láser, actualmente tanto los láseres de emisión constante como los de emisión pulsada, son utilizados en la industria, medicina, tratamientos cosméticos y diversas áreas de investigación como fuentes de luz [1-3]. Es importante mencionar que este avance en aplicaciones continúa evolucionando, lo cual ha presentado situaciones en las que los sistemas láseres deben ser mejorados para su aplicación adecuada. Una de estas situaciones la podemos describir de la siguiente forma: los pulsos láseres carecen de estabilidad temporal entre cada emisión además de variaciones en la amplitud de pulsos, lo cual, al este también ser un sistema sensible a condiciones iniciales, puede llegar a presentar comportamientos caóticos.

A lo largo de la historia se han desarrollado técnicas para llevar sistemas caóticos a estados estables, modificando un parámetro del sistema, cuidadosamente seleccionado [4]. Estas mismas técnicas han sido implementadas en un sistema láser, demostrando que es posible mejorar dicha estabilidad en esos sistemas [5]. Sin embargo, aún nos encontramos en la necesidad de una inestabilidad menor para aplicaciones donde se requiera mayor precisión además de una forma de caracterizarla.

En este trabajo se propone una métrica, utilizando grafos de visibilidad y técnicas de análisis de redes, para la caracterización de la estabilidad de los pulsos láseres generados por modulación en la corriente de bombeo en un láser de Erblio. Dando como resultado una forma gráfica, como analítica de la estabilidad de nuestro sistema.

2. Trabajos relacionados

Se ha demostrado la capacidad de llegar a controlar sistemas caóticos. En [6] se utilizan distintos métodos de control de sistemas multiestables utilizando seguimiento de trayectorias, reforzamiento y modulación armónica. Con la validez de este trabajo, tenemos certeza de las aplicaciones en sistemas distintos, tales como un sistema láser. Una de estas técnicas antes mencionadas, la modulación armónica, se ha aplicado en sistemas láser, en el trabajo [4] se logró llevar un sistema caótico a un estado periódico estable utilizando una variación de un parámetro, dicho parámetro fue cuidadosamente seleccionado.

Posteriormente Rajashi Roy y colaboradores realizaron una modificación a este método para lograr controlar un láser de estado sólido [5]. El continuo avance de la tecnología láser viene de la mano con nuevos desafíos a solucionar. Comportamientos caóticos no deseados han sido observados en láseres de estado sólido de diferentes materiales [7]. Estos comportamientos resultan ser no deseados para la aplicación requerida.

Los trabajos mencionados anteriormente tienen el objetivo de convertir o estabilizar un comportamiento en específico, pero se carece de la herramienta basada en la dinámica resultante para evaluar el comportamiento final, es por esto por lo que en este trabajo se propone el uso de los grafos de visibilidad para caracterizar la dinámica final. Antes de continuar debemos mencionar que la herramienta más común que podemos encontrar en los análisis de sistemas dinámicos son los diagramas de bifurcación, estos

son una representación gráfica del comportamiento de un sistema cuando se varía un parámetro de este [8].

Para la construcción de dicho diagrama es necesario variar, en pequeñas cantidades, un parámetro específico del sistema a analizar y observar el estado obtenido con cada variación. Esto nos brinda una imagen general del comportamiento del sistema. La importancia de estas gráficas radica en la capacidad de analizar de manera experimental los diferentes estados del sistema dependiendo del parámetro a variar.

Tomando el modelo matemático de un láser de Erbio de estado sólido de [9] y utilizando estas distintas herramientas, observamos el comportamiento del sistema láser al someterlo a una señal moduladora, variando su amplitud y frecuencia, para generar una salida pulsada. La estabilización de una salida pulsada ha sido un amplio tema de investigación debido a la gran cantidad de áreas en las que se pueden aplicar dichos pulsos estabilizados. Este tipo de experimentos nos dará como resultado una serie temporal en donde tenemos la amplitud de los pulsos láser. Existen distintas formas de interpretar la información de las series temporales, una de ellas es convertirlas en un grafo de visibilidad.

En [10] se presenta un método de análisis de series temporales, el cual consiste en un algoritmo que convierte dicha serie en un grafo de visibilidad. Las propiedades de estos grafos nos permiten manejar cualquier serie temporal como una red compleja. Una denominación de estados grafos es Grafo de Visibilidad Natural (NVG, por sus siglas en inglés) [11].

Se forma evaluando cada punto de la serie temporal entre sí y, siguiendo el criterio de evaluación, se realiza una conexión si dicho criterio se cumple. Dándonos como resultado, una red en la cual, cada nodo es un valor de la serie temporal y el peso de cada enlace entre ellos nos da su grado de visibilidad. Con esta nueva interpretación de los datos, podemos utilizar herramientas de análisis de redes para obtener información relevante. Se ha demostrado la robustez de los grafos de visibilidad ya que la dinámica de los sistemas es fácilmente distinguible a pesar de la presencia de ruido, además pueden ser aplicados en una gran variedad de áreas.

Una red, por definición es un conjunto de entidades conectadas entre sí [12]. Al encontrarse en gran parte de nuestro entorno, el análisis de redes y manipulación de estas es de gran importancia. Dentro de estas, podemos obtener información de sus nodos mediante diversas herramientas de análisis, ya sea a una escala microscópica, mesoscópica y macroscópica.

3. Metodología

La metodología utilizada para esta propuesta se describe a continuación:

Utilizando las siguientes ecuaciones de modelado de un láser de Erbio procedemos a variar, de manera analítica, la potencia de bombeo y el ángulo de polarización para, de esta forma, analizar el cambio que generan estas variaciones. Las ecuaciones que describen el sistema son las siguientes:

$$\frac{dS}{d\tau} = -S[1 + m\cos(wt) - D], \quad (1)$$

$$\frac{dD}{d\tau} = -\gamma[D - A + SD], \quad (2)$$

$$(i) = \frac{l_{(k)}}{\frac{(p_k(p_k - 1))}{2}} \quad (3)$$

Estas son las ecuaciones simplificadas del modelo inicial tomado de [9] donde, S es la intensidad normalizada y D es la inversión de población, mientras que, los parámetros m y w son la amplitud de bombeo y la frecuencia de modulación respectivamente.

Para el análisis se utiliza el Grafo de Visibilidad, el cual se ha utilizado como herramienta para estimar el exponente de Hurst movimiento browniano fraccional [10]. Estos grafos se crean a partir de una serie temporal, en este caso hablamos de la serie de pulsos emitidos por el láser.

Cada punto en la serie consta de su magnitud y el instante del tiempo en el que se presenta. Para crear nuestro grafo de visibilidad debemos seguir el siguiente criterio de visibilidad. Dos valores arbitrarios (x_1, y_1) y (x_2, y_2) tendrán visibilidad y, consecuentemente estarán conectados, si cualquier otro dato (x_3, y_3) colocado entre ellos cumple lo siguiente:

$$y_3 < y_2 + \frac{(y_1 - y_2)(x_2 - x_3)}{x_2 - x_1} \quad (4)$$

Cada uno de los puntos son evaluados entre sí y conectados si cumplen el criterio anterior, dando como resultado el grafo de visibilidad. A los nodos de las redes resultantes se le calcula el coeficiente de agrupamiento individual para luego obtener el valor promedio característico de la red [13], este índice cuantifica qué tanto está de agrupado, o mejor dicho interconectado con los nodos vecinos. Valores altos de agrupamiento indican una alta conectividad entre los nodos, formando así un grupo de mayor tamaño, mientras que valores bajos representan grupos más pequeños.

Para obtener el valor del coeficiente de agrupamiento individual [14]:

- Para cada nodo v_i de la red se obtiene el número de conexiones que tiene el nodo, es decir se calcula el grado del mismo $p_{(k)}$, lo cual es equivalente a encontrar los vecinos del nodo.
- Se encuentra el número de enlaces de los vecinos l_k .
- Se calcula el agrupamiento individual por medio de la ecuación siguiente:

$$C(i) = \frac{l_{(k)}}{\frac{(p_k(p_k - 1))}{2}} \quad (5)$$

- Finalmente se calcula el valor promedio.

3.1. Resultado de diagrama de bifurcación

Para la construcción de los diagramas de bifurcación se realizan variaciones de la amplitud de modulación y de la frecuencia de modulación, la integración numérica se realiza utilizando el software MATLAB con el método de integración de Runge-Kutta de cuarto orden, con un tamaño de paso de 1×10^{-1} y un total de 2^{17} pasos, variando la amplitud de modulación de 0.01 a 1 u. a.; mientras que la frecuencia de modulación en el rango de 0.18 a 0.30 u. a.

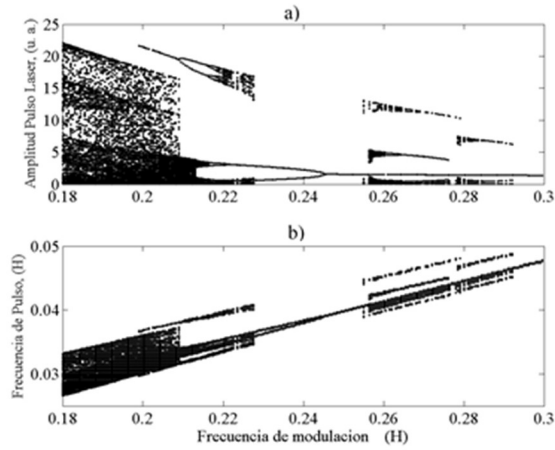


Fig. 1. Diagrama de bifurcación cuando la amplitud de la señal de modulación es $m = 1$.

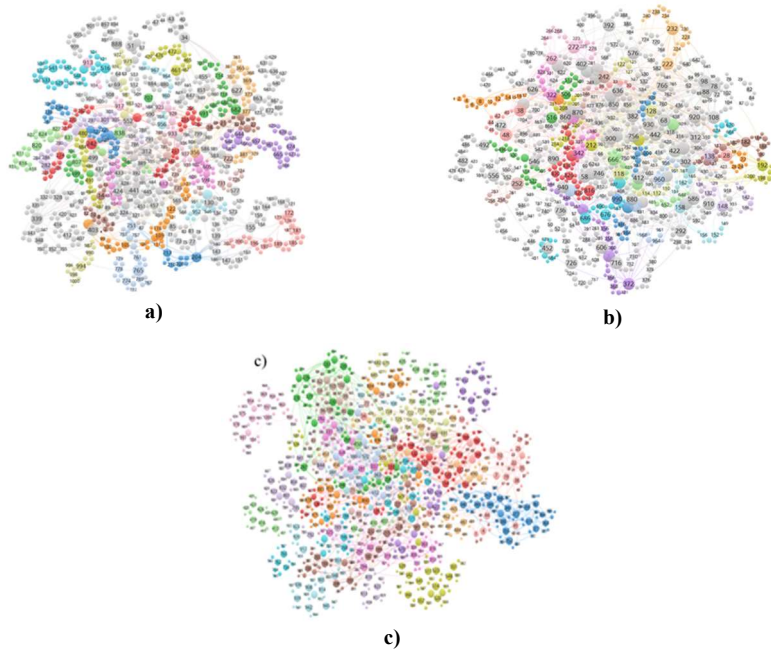


Fig. 2. Representación visual de las redes obtenidas por el algoritmo de grafos de visibilidad natural aplicados a las series temporales cuando a) $m = 0.18$, b) $m = 0.24$ y c) $m = 0.25$.

Usando estos parámetros se obtiene el siguiente diagrama de bifurcación: Analizando la figura 1 (a), observamos que existe una región caótica desde 0.18 hasta 0.21, sin embargo, posterior a eso, podemos destacar que se presentan múltiples comportamientos coexistentes, es decir en estas regiones dependiendo de las condiciones iniciales podemos encontrar dos regímenes dinámicos distintos. En el caso

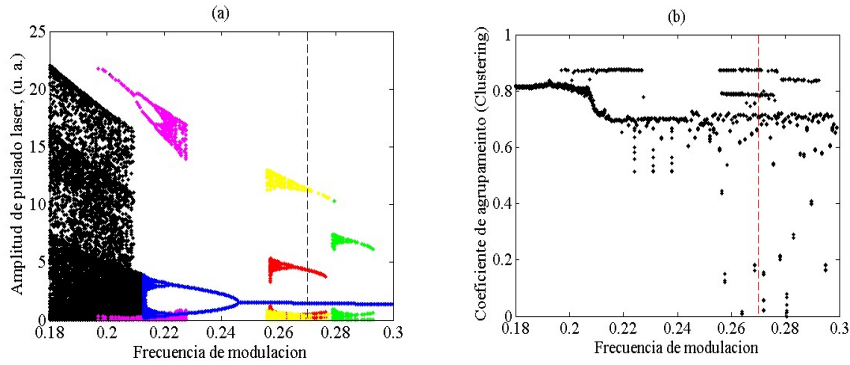


Fig. 3. Diagrama de bifurcación con los diferentes comportamientos que se pueden encontrar con las variaciones antes mencionadas. La figura b) muestra el agrupamiento.

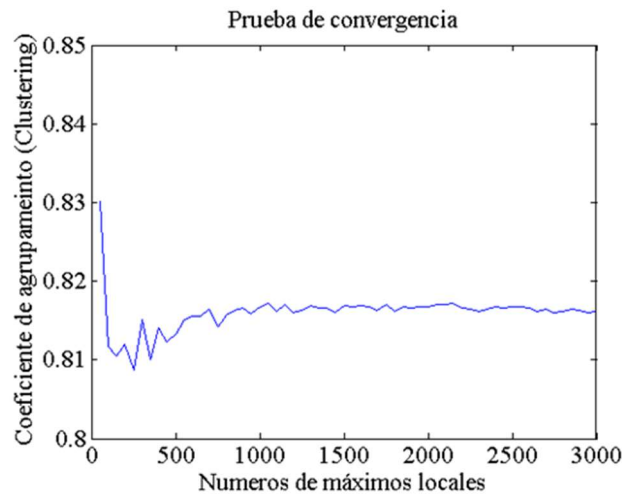


Fig. 4. Prueba de convergencia. Al aumentar el número de máximos observamos que el agrupamiento tiende a un valor, lo cual nos da una certeza de la cantidad de máximos necesaria para minimizar el error.

de la figura 1 (b) se calculó el tiempo entre las emisiones láser, de nueva cuenta podemos encontrar regiones donde las distancias entre las emisiones láser son caóticas, es decir existe una variación considerable en la frecuencia, hasta regiones donde el tiempo de pulsado pasa a ser periódico. Con el objetivo de evaluar la efectividad del grafo de visibilidad seleccionamos tres puntos del diagrama de bifurcación, cuando $m = 0.18$, $m = 0.24$ y cuando $m = 0.25$.

Utilizamos el algoritmo de conversión de una serie temporal a un grafo de visibilidad. De esta forma obtendremos una red compleja a la cual aplicaremos el algoritmo antes descrito para evaluar el coeficiente de agrupamiento y de esta manera proponer su utilización en experimentos reales donde no sea posible obtener los exponentes de Lyapunov para poder evaluar la complejidad del comportamiento.

3.2. Grafos de visibilidad

La figura 2 es la representación gráfica de la red compleja obtenida de las series temporales en las cuales los colores representan las comunidades vecinas, es decir con quien tiene más afinidad un nodo. Se pueden obtener distintas características de estas redes, sin embargo, lo ideal para nuestro objetivo es obtener el coeficiente de agrupamiento promedio.

En la figura 2, debemos notar la presencia en cada una de las redes de un gran grupo gris, este representa la comunidad de vecinos más grande a la cual se conectan todos los demás, en la figura 2 (a) cuando $m = 0.18$ tenemos un agrupamiento alto, ya que en ese punto el sistema presenta comportamientos caóticos, lo que significa que gran cantidad de puntos, o bien, nodos, están conectados entre sí.

En el caso $m = 0.24$, la serie temporal corresponde a un periodo doble, donde únicamente tenemos dos máximos locales característicos, el valor del agrupamiento decae, debido a la aparición de pequeños grupos, que se acentúan en el caso de $m = 0.25$, donde se tiene una serie temporal periódica donde el valor de un solo máximo local se repite, por lo las comunidades son cada vez más visibles.

3.3. Diagrama de bifurcación y agrupamiento

En la figura 3. (a) podemos observar el diagrama de bifurcación con los diferentes comportamientos que se pueden encontrar. Este modelo presenta una dinámica muy rica ya que se encuentran diversas regiones de coexistencia de atractores en la figura 3(b) se muestra el coeficiente de agrupamiento y observamos cómo cada uno de estos atractores tiene un valor propio.

Finalmente realizamos una prueba de convergencia en la cual tomamos de 0 a 3000 máximos locales y calculamos el agrupamiento. Se realizó de esta forma debido a que esta métrica de redes es sensible a la cantidad de puntos para evaluar. El resultado se observa en la siguiente figura 4. Podemos observar que el coeficiente de agrupamiento tiende a un valor a partir de haber tomado 1500 o más puntos.

4. Conclusiones y trabajo a futuro

Al modular la fuente de bombeo de un sistema láser podemos obtener una gran cantidad de comportamientos dinámicos, tales como periódicos, caóticos y multiestables. Manipular dos parámetros, tales como la amplitud de la señal moduladora y la frecuencia de esta, da como resultado diversas variaciones en la amplitud de pulsos y en su tiempo de repetición.

Implementar los grafos de visibilidad como herramienta para la manipulación e interpretación de la serie temporal resultante de modular el sistema láser, nos permite obtener información relevante desde otra perspectiva lo cual abre la posibilidad de determinar, mediante el cálculo del coeficiente de agrupamiento, una forma de caracterizar dicha salida. Sin embargo, podrían existir otras métricas o técnicas de manipulación de redes para complementar el resultado obtenido y realizar una caracterización sólida.

La importancia de utilizar el grafo de visibilidad permite explorar con mayor precisión experimentos reales, ya que la mayoría de los láseres y sistemas dinámicos carecen de modelos que representan de forma real a los dispositivos reales, por lo cual implementar técnicas como el exponente de Lyapunov, dimensión fractal del atractor entre otras no requiere un mayor costo computacional, por lo cual este trabajo permite explorar la posibilidad de análisis en tiempo real.

Como conclusión particular de este análisis podemos afirmar que el análisis de las redes construidas a partir de series temporales permite inferir la naturaleza de las mismas, en señales altamente complejas (por ejemplo, señales caóticas) muestran un alto nivel de agrupamiento por lo tanto una alta conectividad entre los nodos, semejante a redes aleatorias, señales periódicas muestran un índice bajo de agrupamiento por lo cual podemos encontrar la presencia de comunidades más definidas.

Referencias

1. Hutton-Carlsen, K., Esmann, J., Serup, J.: Tattoo removal by Q-switched yttrium aluminium garnet laser: Client satisfaction. *Journal of the European Academy of Dermatology and Venereology*, vol. 31, no. 5, pp. 904–909 (2017) doi: 10.1111/jdv.14124
2. Rothschild, P. S., Hooshmand, J., Allen, P. L., Vote, B. J.: Comparison of the neodymium: YAG rate after femtosecond laser-assisted and phacoemulsification cataract surgery. *Journal of Cataract & Refractive Surgery*, vol. 44, no. 3, pp. 407–408 (2018) doi: 10.1016/j.jcrs.2018.01.017
3. Alarfaj, M. A., Hasen, A. A., Al-Yami, S. S.: Traumatic subhyaloid macular hemorrhage with complete resolution following neodymium-doped yttrium aluminium garnet laser. *American journal of ophthalmology case reports*, vol. 9, pp. 85–87 (2018) doi: 10.1016/j.ajoc.2018.01.020
4. Ott, E., Grebogi, C., Yorke, J.: Controlling Chaos. *Physical review letters*, vol. 64, pp. 1196 (1990) doi: 10.1103/PhysRevLett.64.1196
5. Roy, R., Murphy, T., Maier, T., Gills, Z., Hunt, E.: Dynamical control of a chaotic laser: Experimental stabilization of a globally coupled system. *Physical Review Letters*, vol. 68, pp. 1259 (1992) doi: 10.1103/PhysRevLett.68.1259
6. Sevilla-Escoboza, R., Pisarchik, A. N., Jaimes-Reátegui, R., Huerta-Cuellar, G.: Selective monostability in multi-stable systems. In: *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 471, no. 2180 (2015) doi: 10.1098/rspa.2015.0005
7. Tang, J., Bai, Z., Zhang, D., Qi, Y., Ding, J., Wang, Y., Lu, Z.: Advances in all-solid-state passively Q-Switched lasers based on Cr⁴⁺: YAG saturable absorber. *Photonics, Multidisciplinary Digital Publishing Institute*, vol. 8, no. 4, pp. 93 (2021) doi: 10.3390/photonics8040093
8. Buscarino, A., Fortuna, L., Frasca, M.: *Essentials of nonlinear circuit dynamics with MATLAB® and laboratory experiments*. CRC Press (2017)
9. Metayer, C., Serres, A., Rosero, E. J., Barbosa, W. A. S., De Aguiar, F. M., Leite, J. R., Tredicce, J. R.: Extreme events in chaotic lasers with modulated parameter. *Optics express*, vol. 22, no. 17, pp. 19850–19859 (2014) doi: 10.1364/OE.22.019850
10. Lacasa, L., Luque, B., Ballesteros, F., Luque, J., Nuno, J. C.: From time series to complex networks: The visibility graph. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 105, no. 13, pp. 4972–4975 (2008) doi: 10.1073/pnas.0709247105
11. Iacovacci, J., Lacasa, L.: Sequential visibility-graph motifs. *Physical Review E*, vol. 93, no. 4, pp. 042309 (2016) doi: 10.1103/PhysRevE.93.042309

12. Boccaletti, S., Latora, V., Moreno, Y., Chavez, M., Hwang, D. U.: Complex networks: Structure and dynamics. *Physics reports*, vol. 424, no. 4-5, pp. 175–308 (2006) doi: 10.1016/j.physrep.2005.10.009
13. Watts, D. J., Strogatz, S. H.: Collective dynamics of ‘small-world’ networks. *Nature*, vol. 393, no. 6684, pp. 440–442 (1998) doi: 10.1038/30918
14. Rubinov, M.; Sporns, O.: Complex network measures of brain connectivity: Uses and interpretations. *Neuroimage*, vol. 52, no. 3, pp. 1059–1069 (2010) doi: 10.1016/j.neuroimage.2009.10.003

